

Некорректно поставленные задачи (3 з.е.)

Аннотация

В курсе изложены основные понятия и результаты теории линейных и нелинейных некорректных задач. Изучены численные методы регуляризации некорректных задач, основанные на методах минимизации невязки и функционала А.Н.Тихонова.

В качестве приложений рассмотрены некоторые обратные задачи математической физики и линейной алгебры.

Курс предлагается аспирантам физического факультета МГУ.

Ключевые слова: некорректные задачи, метод регуляризации, методы минимизации.

Программа курса

1. Элементы выпуклого программирования. Выпуклые и сильно выпуклые функционалы. Методы минимизации: скорейший спуск, метод сопряженных градиентов, метод Ньютона и др.

2. Корректность и некорректность математической постановки задачи. Примеры корректных и некорректных задач. Понятие регуляризирующего по А.Н.Тихонову алгоритма решения некорректной задачи. Классификация обратных задач. Основные свойства регуляризуемых некорректно поставленных задач.

3. Некорректно поставленные задачи на компактах. Понятие квазирешения. Численные методы решения некорректно поставленных задач на множествах монотонных и выпуклых функций. Оценка погрешности решения линейных некорректных задач на выпуклых компактах. Приложения: обратные задачи астрофизики и электронной микроскопии.

4. Некорректно поставленные задачи при условии истокообразной представимости искомого решения. Метод расширяющихся компактов. Апостериорная оценка погрешности. Приложения: обратные задачи электронной микроскопии.

4. Подход А.Н.Тихонова к построению регуляризирующих алгоритмов. Линейный случай. Априорные и апостериорные методы выбора параметра регуляризации. Теоремы о сходимости. Интегральные уравнения Фредгольма первого рода. Уравнения типа свертки. Аппроксимация нормальных псевдорешений систем линейных алгебраических уравнений. Численные методы. Приложения: обработка изображений, обратные задачи геофизики и электронной микроскопии.

5. Нелинейные некорректные задачи. Регуляризирующие алгоритмы их решения. Кусочно-равномерная регуляризации. Метод минимальной псевдообратной матрицы. Применение регуляризирующих алгоритмов к решению обратных задач математической физики (обработка данных в колебательной спектроскопии).

6. Итеративная регуляризация и другие подходы.

Литература:

Основная

1. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.

2. Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: КУРС, 2017.

3. Ягола А.Г., Степанова И.Э., Титаренко В.Н., Ван Я. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике. М.: Бином, 2014.

4. Леонов А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач: Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ. – М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.

5. Бакушинский А.Б., Гончарский А.В. Некорректные задачи. Численные методы и приложения. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.

Дополнительная

1. Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. М.: Наука, 1978.

2. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980.

3. Гончарский А.В., Черепашук А.М., Ягола А.Г. Некорректные задачи астрофизики. М.: Наука, 1985.

4. Кочкиков И.В., Курамшина Г.М., Пентин Ю.А., Ягола А.Г. Обратные задачи колебательной спектроскопии. М.: КУРС, 2017.

5. Бакушинский А.Б., Гончарский А.В. Итеративные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1989.

6. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Сибирское научное издательство, Новосибирск, 2008.