Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана физического факультета МГУ

/ В.В. Белокуров /

«21» марта 2024 г.

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Шифр и наименование области науки

1. Естественные науки

Наименование отраслей науки, по которым присуждаются ученые степени

Физико-математические науки

Москва 2024

I. Описание программы

Программа-минимум кандидатского экзамена, разработана Физическим факультетом Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова на основе паспорта научной специальности, утвержденного Высшей аттестационной комиссией при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации, и учебного плана программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика, в отрасли физико-математических наук.

II. Основные разделы и вопросы к экзамену

Тема 1. Дифференциальные уравнения.

Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Теорема существования и единственности решения ОДУ.

Теоремы сравнения. Метод дифференциальных неравенств. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ. Уравнения n-го порядка. Краевые линейные и нелинейные задачи. Теорема существования и единственности решения линейной краевой задачи. Теорема Нагумо.

Теория устойчивости. Первый и второй методы Ляпунова исследования устойчивости. Фазовая плоскость для нелинейных автономных уравнений второго порядка.

Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.

Основные понятия о численных методах решения задач начальных и краевых задач для дифференциальных уравнений.

Асимптотические методы. Понятие регулярно и сингулярно возмущенных задач. Теорема Тихонова. Метод пограничных функций Васильевой. Асимптотические методы в нелинейных задачах математической физики.

Методы исследования решений с внутренними и пограничными слоями. Метод дифференциальных неравенств в нелинейных задачах Дифференциальные уравнения с частными производными эллиптического типа. Теорема о дифференциальных неравенствах. Метод осреднения.

Абстрактные дифференциальные уравнения с приложениями в математической физике.

Тема 2. Математическая физика.

Общий вид уравнения в частных производных, линейные и квазилинейные уравнения. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям второго порядка. Начально-краевая задача. Внутренние и внешние задачи. Постановка условий на бесконечности. Классическое решение. Обобщенное решение.

Метод разделения переменных (метод Фурье). Общая схема метода.

Краевые задачи для уравнения Лапласа. Формулы Грина. Гармонические функции, их основные свойства (теорема Гаусса, теорема о среднем, бесконечная дифференцируемость, принцип максимума). Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Теоремы единственности для внутренних и внешних краевых задач для уравнения Лапласа. Понятие обобщенного решения. Функция Грина для оператора Лапласа, ее свойства и методы построения. Гармонические потенциалы: объемный потенциал, поверхностные и логарифмические потенциалы. Свойства потенциалов простого и двойного слоя. Метод интегральных уравнений для решения краевых задач. Существование решений основных краевых задач для уравнения Лапласа.

Уравнение параболического типа. Внутренние начально-краевые задачи. Принцип максимума. Теоремы единственности. Теорема существования для одномерного случая. Уравнение теплопроводности на бесконечной прямой и в неограниченном пространстве. Теоремы единственности и существования. Фундаментальное решение. Уравнение теплопроводности на полубесконечной прямой, метод продолжения. Метод функции Грина. Обобщенные решения. Неоднородные граничные условия.

Уравнение гиперболического типа. Внутренние начально-краевые задачи. Теоремы единственности. Теорема существования в одномерном случае. Уравнение колебаний на бесконечной прямой, метод распространяющихся волн, формула Даламбера. Уравнение переноса. Уравнение колебаний на полубесконечной прямой, метод продолжения. Метод интегральных преобразований Фурье. Метод функций Грина. Обобщенные решения. Задача Коши для уравнения колебаний в пространстве. Формула Пуассона. Метод спуска.

Краевые задачи для уравнения Гельмгольца. Задача на собственные значения и собственные функции для оператора Лапласа. Свойства собственных значений и собственных функций. Собственные функции оператора Лапласа для простейших канонических областей. Фундаментальные решения для уравнения Гельмгольца. Теорема единственности для уравнения Гельмгольца в ограниченной области. Задачи во внешней области. Постановка условий на бесконечности.

III.Критерии оценивания

Критерии и показатели оценивания ответа на экзамене			
Неудовлетвори-тельно	**Удовлетвори-тельно**	**Хорошо**	**Отлично**
Фрагментарные знания в области дифференциальных уравнений и математической физики	Неполные знания в области дифференциальных уравнений и математической физики	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания в области дифференциальных уравнений и математической	Сформированные и систематические знания в области дифференциальных уравнений и математической физики

		физики	

IV. Рекомендуемая основная литература

1. Н.Н. Нефедов, В.Ю. Попов, В.Т. Волков. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Курс лекций. М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2016
2. А.Н.Тихонов, А.Б.Васильева, А.Г. Свешников. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005.
3. А.Б. Васильева, Н.Н. Нефедов. Нелинейные краевые задачи (дополнительные разделы к курсу лекций «Дифференциальные уравнения») М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2006
4. А.Б. Васильева, Н.Н. Нефедов. Теоремы сравнения. Метод дифференциальных неравенств Чаплыгина. М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2007
5. Г.Н. Медведев. Лекции по методу усреднения. М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2019.
6. Бутузов В.Ф., Нефедов Н.Н, Волков В.Т., Левашова Н.Т., Полежаева Е.В. Введение в теорию сингулярных возмущений. М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2021.
7. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М: Изд-во МГУ; Наука, 2004.
8. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. М: Изд-во МГУ, 1998.
9. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М: Изд-во МГУ, 1999.
10. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М: «Наука», 1984.
11. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: «Наука», 1988.
12. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач математической физике. М: «Физматлит», 2003.
13. А.Н.Боголюбов, Н.Т.Левашева, И.Е.Могилевский, Ю.В.Мухартова, Н.Е.Шапкина. Функция Грина оператора Лапласа. М.: Физический факультет МГУ, 2018.
14. Ю.В.Мухартова, М.Г. Токмачев. Математическая физика. Материалы семинаров. М.: 2021.

V. Рекомендуемая дополнительная литература

1. Михайлов В.С. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: «Наука»,1983.
2. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: «Наука», 1966.
3. Гюнтер Н.М. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики. М.: Гостехиздат, 1953.
4. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: «Наука», 1980.

5. Никифоров А.Ф., Уваров В.В. Специальные функции математической физики. М.: «Наука», 1984.
6. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т.2. М.: «Наука», 1966.
7. В.И.Агошков, П.Б.Дубовский, В.П.Шутяев. Методы решения задач математической физики. М.: «Физматлит», 2002.